Problema :

La llave se encuentra inicialmente en la posición 1. El circuito se encuentra en estado estacionario. Luego se pasa la llave a la posición 2, alcanzando nuevamente el estado estacionario. En cada caso, calcular las cargas sobre los capacitores, indicando claramente la polaridad. Todos los capacitores se encuentran inicialmente descargados. Datos: $V_1 = 6V$, $V_2 = 8V$, $C_1 = 1\mu F$, $C_2 = 2\mu F$,$C_3 = 3\mu F$

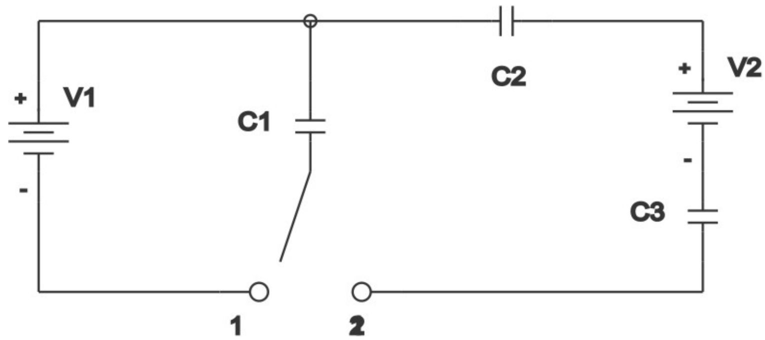

Figura 1:

Cuando la llave está en la posición 1, la malla de la derecha puede quitarse del circuito, quedando para resolver el circuito

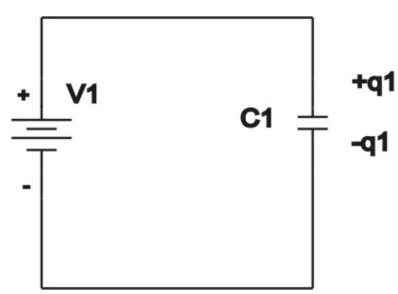

Figura 2:

Suponiendo inicialmente la polaridad de la carga del capacitor como indica en la figura 2 y recorriendo la malla en el sentido horario tenemos

$$V_1 - \frac{q_1}{C_1} = 0 \tag{1}$$

o bien

$$q_1 = V_1 C_1 \tag{2}$$

Ahora se pasa la llave a la posición 2. Tomamos inicialmente las polaridades de las cargas como indica la figura 3 (primando las cargas que corresponden a la llave en la posición 2). Recorriendo nuevamente en sentido horario, se plantea la ecuación

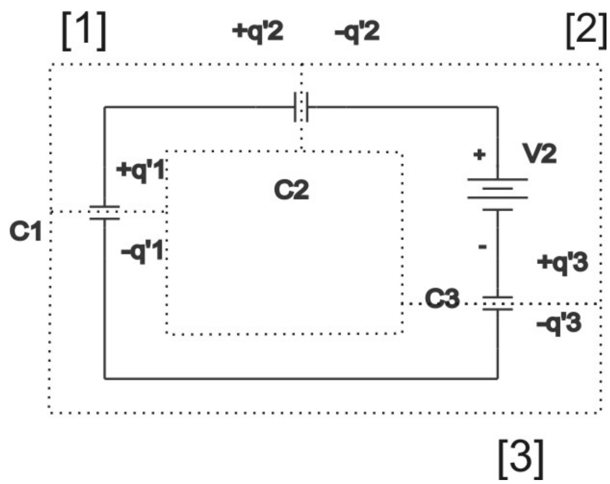

Figura 3:

$$\frac{q_1^{'}}{C_1} - \frac{q_2^{'}}{C_2} - V_2 - \frac{q_3^{'}}{C_3} = 0 \tag{3}$$

Podemos plantear conservación de la carga en cualquiera de las regiones [1], [2] o [3] de la figura 3, pero solo dos de ellas serviran, agregar la restante dara lugar a un sistema linealmente dependiente.
En la región [1]

$$q_1^{'} + q_2^{'} = q_1 = V_1 C_1 \tag{4}$$

en la región [2], teniendo en cuenta la condición de carga inicial nula

$$-q_2^{'} + q_3^{'} = 0 \tag{5}$$

y en la región [3]

$$-q_1^{'} - q_3^{'} = -q_1 = -V_1 C_1 \tag{6}$$

Se puede ver que (4) + (6) = -(5).

Tomamos las ecuaciones (4) y (6), lo cual completa las tres ecuaciones necesarias para obtener las tres incognitas. Resolvemos : de la ecuación (4) se obtiene

$$q_2^{'} = q_1 - q_1^{'} \tag{7}$$

de (6)

$$q_3^{'} = q_1 - q_1^{'} \tag{8}$$

y reemplazando (6) y (7) en (3) resulta

$$q_1^{'} = \frac{V_1 C_1 (\frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}) + V_2}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}} = 7{,}091 \mu C \tag{9}$$

$$q_2^{'} = \frac{V_1 - V_2}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}} = -1{,}091 \mu C \tag{10}$$

$$q_3^{'} = \frac{V_1 - V_2}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}} = -1{,}091 \mu C \tag{11}$$

Los valores negativos de $q_2^{'}$ y $q_3^{'}$ indican que en realidad las polaridades son al reves de lo planteado en el circuito, figura (3)

Puede ser instructivo volver a resolver el circuito con la llave en la posición 2 pero tomando otra convención inicial para las cargas en los capacitores, como se muestra en la figura 4

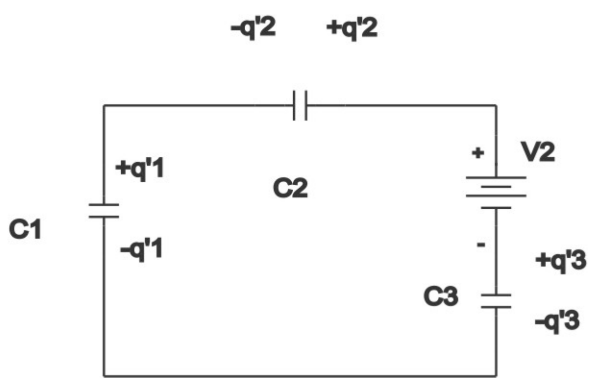

Figura 4:

La ecuación de circulación de la malla será ahora

$$\frac{q_1^{'}}{C_1} + \frac{q_2^{'}}{C_2} - V_2 - \frac{q_3^{'}}{C_3} = 0 \tag{12}$$

Tomando para la conservación de la carga las mismas regiones que en el caso anterior se tiene
en la región [1]

$$q_1^{'} - q_2^{'} = q_1 = V_1 C_1 \tag{13}$$

en la región [3]

$$-q_1^{'} - q_3^{'} = -q_1 = -V_1 C_1 \tag{14}$$

De (13) se obtiene

$$q_2^{'} = q_1^{'} - q_1 \tag{15}$$

y de (14) se obtiene

$$q_3^{'} = q_1 - q_1^{'} \tag{16}$$

Reemplazando (15) y (16) en (12) se obtiene nuevamente

$$q_1^{'} = \frac{V_1 C_1(\frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}) + V_2}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}} = 7{,}091 \mu C \tag{17}$$

y luego

$$q_2^{'} = \frac{V_2 - V_1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}} = 1{,}091 \mu C \tag{18}$$

$$q_3^{'} = \frac{V_1 - V_2}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}} = -1{,}091 \mu C \tag{19}$$

de manera que la conclusión sobre la real polaridad de las cargas es la misma que en la resolución anterior.